

第2章 集合

集合の考え方は，経済学を学ぶ上で重要であるだけでなく，(日常的なものも含め) 文章を読み書きする際，内容の整理(論理の整理)をするのにたいへん役立つものである．次章の「命題」を理解する上でも有効であるのできちんと理解してほしい．

1. 集合

集合とは，ある一定の条件を満たす「もの」の集まりのことである．ただし，明確に定義のできるものでなければならない．「集合」は，日常で使われる日本語では，仲間； 族； 集団； グループ などと表現されるものに相当する．

例)「正の奇数全体」は，「1 から始まり1つおきにとっていった数」であると明確に定義でき，定義にもとづき誰でも

$$1, 3, 5, 7, \dots$$

とわかるので，集合であるといえる．しかし，「近所に住む人々」は，このままでは「近所」がどの範囲を示すのか定義が不明確なので，集合とはいえない．

集合に含まれる「もの」を**要素**と呼ぶ．集合は，要素を $\{ \}$ で囲むことで，表わせる．たとえば，「サイコロの目」の集合は，

$$\text{「サイコロの目」} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

となる．

集合の要素に注目する場合，上のような表現でもよいが，集合そのものに注目する場合，すべての要素を書くのはスマートではない．そこで，集合を大文字のアルファベットで代用することがある．たとえば，

$$A = \text{「正の奇数全体」}$$

とおけば，¹ (数学をある程度知っている) どんな人でも，

$$A = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$$

であると考えよう．上のように集合に“A”と名前をつけたとき，「集合A」と呼ぶことにしよう．(当然， $B = \{\dots\}$ とおけば，「集合B」と呼ぶ．)

¹ これ以降のページでは，集合の特徴を言葉で表現するとき，“A = 「 」”の形式で定義する．なお，記号で表現すると，「正の奇数全体」の集合は $A = \{x \mid x = 2n - 1, n = 1, 2, 3, \dots\}$ となる．

練習 2.1 次の集合について，すべての要素を答えよ．

- (1) $A =$ 「一桁の正の数」
- (2) $A =$ 「10 未満の自然数」

集合では，要素の順序についての制約はない．たとえば，集合 $A = \{1, 2\}$ と集合 $B = \{2, 1\}$ とは同一である．このような場合，集合 A と B は**同値**であるといい，

$$A = B$$

と表現する．

練習 2.2 次の集合 A, B は同値であるか否か判断せよ．

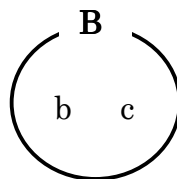
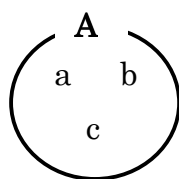
- (1) $A =$ 「奇数全体」, $B =$ 「偶数全体」
- (2) $A =$ 「一桁の正の数」, $B =$ 「10 未満の自然数」

2．包含関係

集合の表現は，アルファベットを使うだけでなく，概念を理解するために図を使うことがある．たとえば，

$$A = \{a, b, c\} \quad B = \{b, c\}$$

としたとき，集合 A と B は，それぞれ，



[図 2.1]

のように図示される．

集合が各要素を含んでいるということを，記号を使って表現しておこう．「 a は集合 A の要素である」とは，

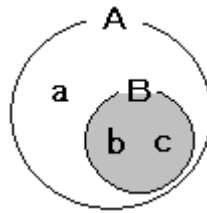
$$a \in A$$

となる．記号「 $\in$ 」は，要素が集合に含まれる場合に用いられる．

上記の集合 A と B に含まれる要素をよく見ると，集合 B に含まれている要素はどれも集合 A に含まれている．つまり，集合 B は集合 A の一部分である．このような場合，「集合 B は集合 A の**部分集合**である」といい，これを記号で，

$$B \subset A$$

と表わす．また，これを図示すると，



[図 2.2]

となる．なお，記号「 $\subset$ 」は，集合が集合に含まれる場合に用いられる．

さて，前節で全く同じ要素をもつ2つの集合は同値であることを述べた．包含関係と同値関係には，

「 $A \subset B$ かつ $B \subset A$ 」と「 $A = B$ 」は同じ意味

(“同じ意味”とは，次章『命題』において“必要十分”と置き換えられる)
が成立することを覚えておくと良い．

練習 2.3 以下の問い(1)～(3)に答えよ．

(1) 集合 $A = \{a, b, c\}$ において，上の説明にならって，「 b は集合 A の要素である」と「 c は集合 A の要素である」も記号で表現しなさい．

(2) 集合 A, B, C を次のように定義する．

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad B = \{1, 3, 5\} \quad C = \{2, 4\}$$

このとき，以下の問い ～ に解答しなさい．

集合 A と B の間の包含関係を，記号を使って表現せよ．

集合 A と C の間の包含関係を，記号を使って表現せよ．

上記の[図 2.2]を参考にして集合 A, B, C を図に表わしなさい．

(3) 次の集合 A と B について，包含関係または同値関係を記号で表わしなさい．

A = 「一桁の正の数」, B = 「10 未満の自然数」

A = 「実数全体」, B = 「自然数全体」

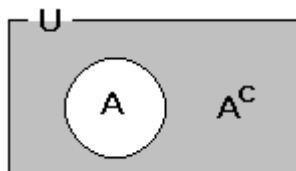
3．全体集合，空集合，補集合

集合を考えると，集合の要素をどの範囲に限定するのかを明確にしておいた方が都合がよい．想定する範囲の要素全体の集合のことを**全体集合**という．全体集合は，慣例的に，アルファベットの U で表現される．

集合では，数字の 0 (ゼロ) に相当するような概念として「要素を 1 つも含まない集合」も考える．これを，**空集合**という．(空集合は「くうしゅうごう」と読む．) 空

集合は、慣例的に、 $\emptyset$ （記号 ϕ ファイに似ているが本来は異なる）で表現される。

全体集合の中に、集合 A をとると、集合 A に含まれる要素と含まれない要素に分かれる。集合 A に含まれない要素全体の集合のことを「集合 A の補集合」といい、記号では A^C と表わす。全体集合 U 、集合 A 、補集合 A^C を図示すると、以下のようになる。（このように図示したものをベン図という。）



[図 2.3]

なお、全体集合の補集合は空集合であり、空集合の補集合は全体集合である。つまり、

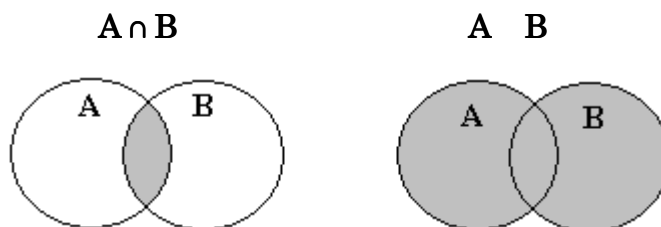
$$U^C = \emptyset, \quad \emptyset^C = U$$

となる。

練習 2.4 全体集合 U = 「整数全体」、集合 A = 「0 以下の整数全体」とする。このとき、 A^C を答えよ。

4. 集合の和、積、差（または除）

集合 A と集合 B にともに共通して含まれる要素全体からなる集合を積集合といい、記号では、 $A \cap B$ と表わす。集合 A と集合 B のそれぞれに含まれる要素すべてからなる集合を和集合といい、記号では、 $A \cup B$ と表わす。集合 A 、 B の積集合と和集合は、図では、下のように表わされる。



[図 2.4]

集合 A から集合 B に含まれる要素を取り除いた集合を差集合といい、記号では、 $A \setminus B$ と表現される。差集合の概念を使えば、前節の補集合は、

$$A^C = U \setminus A$$

となる。（“ $\setminus$ ”をバックスラッシュと読む）

練習 2.5 全体集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, 集合 $B = \{2, 4, 6\}$ とする .
 このとき , ベン図を描き , $A \cup B$, $A \cap B$, および B^c を求めなさい .

5 . 集合に関する法則 *

集合の和 , 積 , 差の演算では , それぞれ , **結合法則**が成立する . つまり , 集合 A , B , C の間で ,

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \setminus C)$$

が成立する . また , 和 , 積 , 差を含んだ演算では , **分配法則**が成立する . たとえば ,

$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

$$(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$$

のようになる .

さらに , 集合は , 次にあげる「**ド・モルガンの法則**」が成立する .

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

練習 2.6 全体集合 U と集合 A , B を , それぞれ , $U = \{1, 2, 3\}$, $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 3\}$ とする . このとき , ベン図を描き , $(A \cap B)^c$, $(A \cup B)^c$, および $(A \cup B) \setminus B^c$ を求めよ .

練習問題 2

1 次の集合について，すべての要素を答えよ．

例) [問題] $A = \text{「一桁の正の素数」}$ [解答] $A = \{2, 3, 5, 7\}$

- (1) $A = \text{「一桁の自然数」}$
- (2) $A = \text{「英語（アルファベット）の母音」}$
- (3) $A = \text{「1週間の曜日」}$

2 次の集合 A ， B について，包含関係（ ）または同値関係（ $=$ ）を答えよ．

例) [問題] $A = \text{「整数全体」}$ ， $B = \text{「自然数全体」}$ [解答] $B \subset A$

- (1) $A = \{a, e\}$ ， $B = \{a, i, u, e, o\}$
- (2) $A = \text{「1以上の整数全体」}$ ， $B = \text{「自然数全体」}$
- (3) $A = \text{「世界」}$ ， $B = \text{「日本」}$

3 次の集合 A ， B について，和集合および積集合をそれぞれ求めなさい．

例) [問題] $A = \{a, b\}$ ， $B = \{b, c\}$ [解答] $A \cup B = \{a, b, c\}$ ， $A \cap B = \{b\}$

- (1) $A = \{a, b, d\}$ ， $B = \{a, c, e\}$
- (2) $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ， $B = \{2, 4, 6, 8\}$
- (3) $A = \text{「1以上の整数全体」}$ ， $B = \text{「自然数全体」}$

4 全体集合 U と集合 A ， B ， C を，それぞれ，

$$U = \{a, b, c, d, e, f\}, A = \{c, f\}, B = \{b, d, f\}, C = \{a\}$$

とする．このとき，以下の問い(1)～(3)に答えなさい．

- (1) 集合 A ， B の補集合をそれぞれ求めなさい．
- (2) 集合 A ， B の和集合および積集合をそれぞれ求めなさい．
- (3) 次の集合演算をおこないなさい．

$$(A \cap B) \cup C \quad (A^c \cap B^c)^c \quad U \setminus C$$

5 右の表（データベース）をもとに以下の問いに答えなさい．

(1) 3つの集合

$A = \text{「男」}$ ， $B = \text{「成人」}$ ， $C = \text{「千葉県在住」}$

をとり，ベン図を描きなさい．

(2) 条件 A ， B ， C をすべて満たす人物を検索したい場合，

どのような集合をとれば適当だろうか？また，その集合の要素も答えよ．

氏名	性別	年齢	居住地
a	男	21	千葉県
b	女	68	東京都
c	女	19	千葉県
d	男	34	埼玉県
e	男	8	東京都

(付録 2 - 1) 集合の記号一覧

集合の記号一覧	
A	: 集合
A^c	: 補集合
U	: 全体集合
$\emptyset$	: 空集合
$\{ \}$	: 集合の要素表現
	: 要素
	: 部分集合
$=$	: 同値
$\cap$	: 集合の積
	: 集合の和
$\setminus$	: 集合の差

(付録 2 - 2) コラム - データベースの検索

(コラム) データベースの検索

官庁の公的情報・データや企業の顧客情報などはデータベースに保管されており、必要があるとき、目的とする条件にあうデータだけを抽出できるようにしている。最近、住民基本台帳ネットワークシステム（住基ネット）が話題となっているが、これは各自治体のもつ住民データベースをネットワークで結び、必要なデータをどの自治体からも参照可能にしたシステムである。

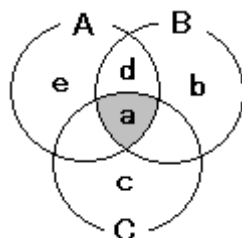
氏名	性別	年齢	住居地
a	男	20	千葉県
b	女	65	東京都
c	女	18	千葉県
d	男	34	埼玉県
e	男	8	東京都

[表 C2.1]

データベースに保存されたデータが膨大になると、今度は必要とするデータを取り出すことが容易ではなくなる。そこで、条件指定などをして目的のデータを呼び出す「検索」機能が重要性を増す。たとえば、上記のデータベース（「表 C2.1」）から、

A = 「男」 B = 「有権者」（年齢 20 歳以上） C = 「千葉県在住」

の 3 つの条件すべてに適合する人を見つけるとき（「AND 検索」するとき）には、それぞれの条件を満たす人たちの集合を A, B, C と考え、すべての集合に含まれる人の抽出、つまり、積集合「 $A \cap B \cap C$ 」を求めればよいのである。図示すると



[図 C2.1]

なので、「a」が検索結果となる。

ここでは、条件 A, B, C の「AND 検索」は、条件を満たす要素の集合 (A, B, C) の積集合「 $A \cap B \cap C$ 」を求めていることを見た。一方、「OR 検索」は、いずれかの条件を満たす要素をすべて抽出することを意味し、和集合「 $A \cup B \cup C$ 」を求めていることになる。