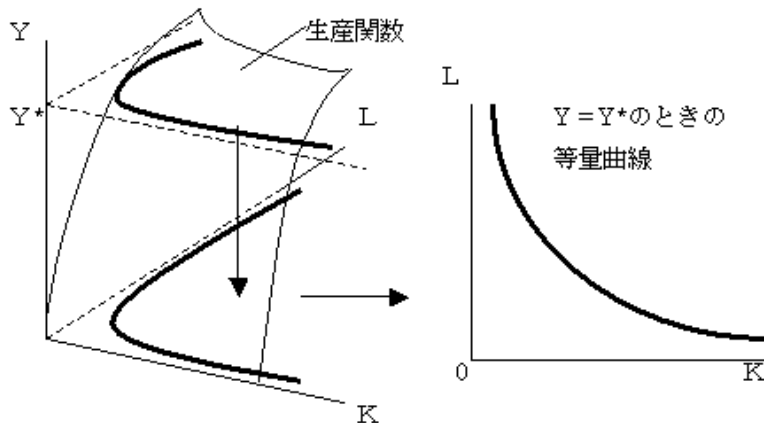


多変数関数と偏微分

8 多変数関数

多変数関数 複数の外生変数が1つの内生変数を決定づける構造をもつ関数
例) 生産関数 $Y = F(K, L)$: [外生変数] $K, L \Rightarrow$ [内生変数] Y

等量曲線 内生変数の値が一定になるような外生変数の値の組を図示したもの



経済学で使う等量曲線：
一般に、 Y^* の値が大きくなるにつれて、右上にシフト
(例) 等(生産)量曲線
等費用曲線
無差別曲線 など

一次同次 投入を m 倍すると産出も m 倍になるような関係を一次同次性という
 $\rightarrow F(mK, mL) = mF(K, L)$ (m : 定数)

9 偏微分

偏微分 多変数関数において、他の外生変数を一定として、微分する方法
(例) 「 $Y = KL$ について、 K に関する偏微分」
 $Y_K = L(K)' = L$ (L を定数のように扱い、 K で微分)

偏微分の表記 (例) 「多変数関数 $Y = F(K, L)$ について、 K に関する偏微分」
 $Y_K, F_K(K, L)$ (または単に F_K) , $\frac{\partial Y}{\partial K}, \frac{\partial}{\partial K} F(K, L)$

偏微分係数 偏微分における微分係数 $\rightarrow$ 11 最適化問題

10 全微分

全微分 多変数関数において、すべての外生変数の変化に応じた内生変数の変化を記述する方法

[$Y = F(K, L)$ の全微分] $dY = F_K dK + F_L dL$ (F_K, F_L は偏微分係数)

経済学における活用 「政策効果の記述」

(例) IS 曲線 $Y = F(r, G)$ と LM 曲線 $m = L(Y, r)$ を全微分した2式

$$dY = F_r dr + F_G dG, \quad dm = L_Y dY + L_r dr$$

を使って、財政・金融政策の効果 (dG や dm の効果) を分析

練習問題 5

- 1 2 変数関数 $Y = K + L$ について、 Y の値が次の(1)～(3)のとき、それぞれ、等量曲線を描け。但し、同一座標平面上に図示すればよい。($K \geq 0, L \geq 0$ の範囲のみ)

(1) $Y = 1$

(2) $Y = 2$

(3) $Y = 3$

- 2 2 変数関数 $Y = KL$ について、 Y の値が次の(1)～(3)のとき、それぞれ、等量曲線を描け。但し、同一座標平面上に図示すればよい。($K \geq 0, L \geq 0$ の範囲のみ)

(1) $Y = 1$

(2) $Y = 2$

(3) $Y = 3$

- 3 次の多変数関数(1)～(3)について、それぞれ、一次同次関数であるかどうか判定せよ。(例にしたがって解答せよ。)

(例) $F(K, L) = K^2 L$ の場合

① K, L を m 倍して上式に代入 $F(mK, nL) = (mK)^2 (nL)$

② 式を整理して m をカッコの外へ $= m^3 K^2 L$

③ 最終的な形から判断 $= m^3 F(K, L)$ (一次同次でない)

【一次同次の条件】 $F(mK, mL) = m F(K, L)$ (解説を参照のこと)

(1) $F(K, L) = K + L$

(2) $F(K, L) = KL$

(3) $F(K, L) = \sqrt{KL}$

- 4 次の(1)～(3)について、それぞれ、 K および L に関する偏微分をせよ (Y_K, Y_L を求めよ)。

(1) $Y = K + L$

(2) $Y = KL$

(3) $Y = \sqrt{KL}$

- 5 次の(1)～(3)について、それぞれ偏微分係数 $f_x(1,1)$ および $f_y(1,1)$ を求めよ。

(1) $f(x, y) = x + y$

(2) $f(x, y) = xy$

(3) $f(x, y) = \sqrt{xy}$

- 6 次の多変数関数(1)～(3)を全微分せよ。

(例) $Y = KL$ の場合、 $Y_K = L, Y_L = K$ ($F_K = L, F_L = K$) なので、 $dY = L dK + K dL$

(1) $Y = K + L$

(2) $R = px$

(3) $z = \sqrt{xy}$

- 7 次のようなマクロ経済モデル (Y : GDP, r : 利子率, m : 実質マネーサプライ) を考える。

$$Y = -400r + 480$$

[IS 曲線]

$$m = \frac{1}{4}Y - 100r + 80$$

[LM 曲線]

このとき、以下の問い(1),(2)に答えよ。

(1) IS, LM 曲線 (関数) をそれぞれ全微分せよ。

(2) 実質マネーサプライを 20 兆円増やす時の政策効果、つまり、GDP と利子率の変化はどうなるか? 【ヒント】 $dm=20$ とおき、 dY, dr を求める