

数学 解答用紙(1/2) (C日程入試3月4日)

総計	
----	--

氏名	
----	--

受験番号					
------	--	--	--	--	--

小計	
----	--

1

(1)

$$f(x) = 2x^2 + 3x + 2 = 2\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{7}{8} \text{ より}$$

求める頂点座標は, $\left(-\frac{3}{4}, \frac{7}{8}\right)$

(2)

$$y = 2\left(x + \frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{7}{8} + \frac{1}{8} = 2(x+1)^2 + 1 = 2x^2 + 4x + 3$$

(3)

2次方程式 $2x^2 + 4x + 3 = 0$ の判別式Dは

$$D = 16 - 24 = -8 < 0$$

したがって, 共有点は0個

2

作った自然数が

1) 1XXXとなる自然数の個数 = $4 \times 3 \times 2 = 24$ 個.

2) 2XXXとなる自然数の個数 = $4 \times 3 \times 2 = 24$ 個.

3) 31XXとなる自然数の個数 = $3 \times 2 = 6$ 個.

4) 32XXとなる自然数の個数 = $3 \times 2 = 6$ 個.

3412はその次となるので.

$$24 + 24 + 6 + 6 + 1 = 61 \text{ 番目}$$

小計	
----	--

数学 解答用紙(2/2) (C日程入試3月4日)

氏名	
----	--

受験番号					
------	--	--	--	--	--

小計	
----	--

3

(1) $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 16 = 0$ を変形して $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 2^2$
したがって、中心座標は $(4, 2)$ 、半径は 2

(2) 接線の方程式を $y = ax$ とおくと、 $x^2 + a^2x^2 - 8x - 4ax + 16 = 0$
整理して、 $(1+a^2)x^2 - 4(2+a)x + 16 = 0$
この2次方程式が重解を持つばよいので、
判別式 $D = 16(2+a)^2 - 64(1+a^2) = 0$

これを解いて、 $a = 0, \frac{4}{3}$

(i) $a = 0$ のとき

接線の方程式は $y = 0$

また、 $x^2 - 8x + 16 = 0$ より $x = 4$

したがって、接点座標は $(4, 0)$

(ii) $a = \frac{4}{3}$ のとき

接線の方程式は $y = \frac{4}{3}x$

また、 $\left(1 + \frac{16}{9}\right)x^2 - 4\left(2 + \frac{4}{3}\right)x + 16 = 0$ より $x = \frac{12}{5}$. そのとき $y = \frac{16}{5}$

したがって、接点座標は $\left(\frac{12}{5}, \frac{16}{5}\right)$

(3) 原点を O 、円①の中心を A とすると、線分 OA の方程式は $y = \frac{1}{2}x$.

求める接点 B の座標を (p, q) とすると、

点 B は線分 OA 上にあるので、 $q = \frac{1}{2}p$ … ③

また、点 B は円①上にあるので、 $p^2 + q^2 - 8p - 4q + 16 = 0$ … ④

③、④より、 $p = 4 \pm \frac{4}{5}\sqrt{5}$

しかし、円②は円①に外接するので、 $p = 4 - \frac{4}{5}\sqrt{5}$

そのとき、③より $q = 2 - \frac{2}{5}\sqrt{5}$

すなわち、求める接点 B の座標は $\left(4 - \frac{4}{5}\sqrt{5}, 2 - \frac{2}{5}\sqrt{5}\right)$

さらに、接点 B を通る接線は線分 OA と直交するので、その傾きは -2

よって、求める接線の方程式は $y = -2\left\{x - \left(4 - \frac{4}{5}\sqrt{5}\right)\right\} + \left(2 - \frac{2}{5}\sqrt{5}\right)$

これを整理して、 $y = -2x + 10 - 2\sqrt{5}$