

数学 解答用紙(1/2) (A日程入試2月1日)

総計	
----	--

氏名	
----	--

受験番号					
------	--	--	--	--	--

小計	
----	--

1

(1)

$$x+y = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5+\sqrt{3}}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5-\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{10}+\sqrt{6}}{2} = \sqrt{10}$$

(2)

$$xy = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5+\sqrt{3}}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5-\sqrt{3}}} = \frac{2}{5-3} = 1$$

(3)

$$x^2+y^2 = (x+y)^2 - 2xy = (\sqrt{10})^2 - 2 \times 1 = 10 - 2 = 8$$

(4)

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{x^2+y^2}{xy} = \frac{8}{1} = 8$$

2

3以上の目が出る回数を x 回とすると

$$5x - 2(6-x) = 16$$

これを解いて、 $x=4$

したがって、求める確率は

$${}_6C_4 \left(\frac{2}{3}\right)^4 \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{6 \times 5}{2} \times \frac{2^4}{3^6} = \frac{80}{243}$$

小計	
----	--

数学 解答用紙(2/2) (A日程入試2月1日)

氏名	
----	--

受験番号					
------	--	--	--	--	--

小計	
----	--

3

(1)

直線①の方程式は, $y = k(x-1) - 3 = kx - (k+3)$

よって, $x^2 = kx - (k+3)$

すなわち, $x^2 - kx + (k+3) = 0$

この2次方程式が実数解を持たなければよいので,

判別式 $D = k^2 - 4(k+3) = k^2 - 4k - 12 = (k+2)(k-6) < 0$

これを解いて,

$$-2 < k < 6$$

(2)

(1)の判別式 $D = (k+2)(k-6) = 0$ より, $k = -2, 6$

(a) $k = -2$ のとき

直線①の方程式は $y = -2x - 1$

$x^2 + 2x + 1 = 0$ を解いて, $x = -1$

よって, 接点座標は $(-1, 1)$

(b) $k = 6$ のとき

直線①の方程式は $y = 6x - 9$

$x^2 - 6x + 9 = 0$ を解いて, $x = 3$

よって, 接点座標は $(3, 9)$

(a), (b)より

求める接線の方程式は, $y = -2x - 1, y = 6x - 9$

接点座標は, $(-1, 1), (3, 9)$

(3)

(2)の接点を $B(-1, 1), C(3, 9)$ とすると,

$$\text{線分 } BC = \sqrt{(3 - (-1))^2 + (9 - 1)^2} = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

また, 直線 BC の方程式は, $y = \frac{9-1}{3-(-1)}(x+1) + 1 = 2x + 3$ より, $2x - y + 3 = 0$

Aから直線 BC に下ろした垂線の足を H とすると

$$\text{線分 } AH = \frac{|2 - (-3) + 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{8}{\sqrt{5}}$$

したがって,

$$\text{求める面積 } S = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{5} \times \frac{8}{\sqrt{5}} = 16$$