

2019年度 入学試験問題

(B日程入学試験 2月15日)

数 学

注 意 事 項

1. 解答用紙は、中程に折り込んであります。
2. 解答用紙には、受験番号および氏名を忘れずに記入して下さい。
3. 解答は、問題ごとに解答用紙の所定の欄に記入して下さい。
4. 解答には、答えだけでなく、途中の考え方も記入して下さい。
5. 問題用紙は、1ページから3ページです。
解答用紙は、2枚です。
万一枚数が足りないときは、手を挙げて合図して下さい。
6. 試験終了後、問題用紙は各自持ち帰って下さい。

□1 $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ の小数部分を a とするとき, $\frac{1}{a^2}$ の小数部分を求めなさい.

② 2次関数

$$f(x) = x^2 - x + 1$$

を x 軸方向に P , y 軸方向に Q 平行移動すると,

$$g(x) = x^2 + 3x - 2$$

となるとき, P , Q の値を求めなさい.

③ 2つの円

$$x^2 + y^2 = 1 \quad \cdots \text{①}$$

$$(x - 2)^2 + y^2 = 4 \quad \cdots \text{②}$$

について、以下の間に答えなさい。

(1) ①と②の共有点の座標をすべて求めなさい。

(2) (1)の共有点を通る①の接線をすべて求めなさい。

(3) (2)の2つの接線の交点座標を求めなさい。

(4) ②のグラフを y 軸方向に k 平行移動するとき、①と共有点を持つための k の条件を求めなさい。

総計	
----	--

氏名	
----	--

受験番号				
------	--	--	--	--

小計	
----	--

1

$$2 < \sqrt{5} < 3 \text{ なので } 4 < \frac{1}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{5} + 2 < 5 \text{ より,}$$

$$a = 2 + \sqrt{5} - 4 = \sqrt{5} - 2$$

$$\frac{1}{a^2} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}-2} \right)^2 = (\sqrt{5}+2)^2 = 9 + 4\sqrt{5}$$

$$\text{ここで、} 8 < 4\sqrt{5} = \sqrt{80} < 9 \text{ より、} 17 < 9 + 4\sqrt{5} < 18$$

$$\text{したがって、} \frac{1}{a^2} \text{ の小数部分は } (9 + 4\sqrt{5}) - 17 = 4\sqrt{5} - 8$$

2

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{3}{4}, \quad g(x) = \left(x + \frac{3}{2} \right)^2 - \frac{17}{4} \text{ より,}$$

$$\frac{1}{2} + p = -\frac{3}{2}, \quad \frac{3}{4} + q = -\frac{17}{4}$$

$$\text{これを解いて、} p = -2, \quad q = -5$$

数学 解答用紙(2/2) (B日程入試2月15日)

氏名	
----	--

受験番号				
------	--	--	--	--

小計	
----	--

3

(1)

$$\textcircled{2} \text{より, } x^2 - 4x + 4 + y^2 = 4$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \text{より, } -4x + 4 = 3 \text{ となるので, これを解いて, } x = \frac{1}{4}$$

$$\text{これを}\textcircled{1}\text{に代入して, } y = \pm \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$\text{したがって, 求める座標は, } \left(\frac{1}{4}, \frac{\sqrt{15}}{4} \right), \left(\frac{1}{4}, -\frac{\sqrt{15}}{4} \right)$$

(2)

①の接線の方程式は,

$$\frac{1}{4}x + \frac{\sqrt{15}}{4}y = 1 \text{ と, } \frac{1}{4}x - \frac{\sqrt{15}}{4}y = 1$$

すなわち,

$$y = -\frac{\sqrt{15}}{15}x + \frac{4\sqrt{15}}{15} \text{ と, } y = \frac{\sqrt{15}}{15}x - \frac{4\sqrt{15}}{15}$$

(3)

$$-\frac{\sqrt{15}}{15}x + \frac{4\sqrt{15}}{15} = \frac{\sqrt{15}}{15}x - \frac{4\sqrt{15}}{15} \text{ より,}$$

$$\frac{2\sqrt{15}}{15}x = \frac{8\sqrt{15}}{15}$$

よって, $x = 4$ これを接線の方程式に代入して, $y = 0$ したがって, 求める交点は, $(4, 0)$

(4)

三平方の定理より, 中心間の距離 $= \sqrt{2^2 + k^2}$

$$\text{よって, } 2^2 + k^2 \leq 3^2$$

$$\text{したがって, } -\sqrt{5} \leq k \leq \sqrt{5}$$