

2019年度 入学試験問題

(B日程入学試験 3月1日)

数 学

注 意 事 項

1. 解答用紙は、中程に折り込んであります。
2. 解答用紙には、受験番号および氏名を忘れずに記入して下さい。
3. 解答は、問題ごとに解答用紙の所定の欄に記入して下さい。
4. 解答には、答えだけでなく、途中の考え方も記入して下さい。
5. 問題用紙は、1ページから3ページです。
解答用紙は、2枚です。
万一枚数が足りないときは、手を挙げて合図して下さい。
6. 試験終了後、問題用紙は各自持ち帰って下さい。

1 次の式を因数分解しなさい.

$$2x^2 - 7xy + 3y^2 + x + 7y - 6$$

② 2つの2次関数

$$f(x) = x^2 - 2x + 3,$$

$$g(x) = -x^2 + ax - 5$$

のグラフが共有点を持たないように、 a の範囲を定めなさい.

③ 円 $x^2 + y^2 = 4$ … ①について、以下の問に答えなさい.

(1) 直線 $(y-1) + \left(x - \frac{1}{2}\right) = 0$ と①との交点座標を求めなさい.

(2) (1)で求めた交点を接点とする①の接線の方程式をすべて求めなさい.

(3) (2)で求めた2つの接線の交点座標を求めなさい.

数学 解答用紙(1/2) (B日程入試3月1日)

総計	
----	--

氏名	
----	--

受験番号				
------	--	--	--	--

小計	
----	--

1

$$\begin{aligned}
 \text{与式} &= 2x^2 - (7y-1)x + (3y^2 + 7y - 6) \\
 &= 2x^2 - (7y-1)x + (3y-2)(y+3) \\
 &= \{2x - (y+3)\}\{x - (3y-2)\} \\
 &= (2x - y - 3)(x - 3y + 2)
 \end{aligned}$$

2

2次方程式 $f(x) - g(x) = 2x^2 - (a+2)x + 8 = 0$ が実数解を持たなければよい.

$$\text{判別式 } D = (a+2)^2 - 64 < 0 \text{ より}$$

$$-8 < a+2 < 8$$

したがって, $-10 < a < 6$

数学 解答用紙(2/2) (B日程入試3月1日)

氏名	
----	--

受験番号				
------	--	--	--	--

小計	
----	--

3

(1)

①の $x^2 + y^2 = 4$ に $y = -x + \frac{3}{2}$ … ②を代入して整理すると

$$2x^2 - 3x - \frac{7}{4} = 0$$

$$\text{これを解いて, } x = \frac{3 \pm \sqrt{23}}{4}$$

$$\text{これを②に代入して, } y = \frac{3 \mp \sqrt{23}}{4}$$

したがって, 求める交点の座標は $\left(\frac{3 + \sqrt{23}}{4}, \frac{3 - \sqrt{23}}{4}\right)$ と $\left(\frac{3 - \sqrt{23}}{4}, \frac{3 + \sqrt{23}}{4}\right)$

(2)

求める接線の方程式は、

$$\frac{3 + \sqrt{23}}{4}x + \frac{3 - \sqrt{23}}{4}y = 4 \quad \dots \text{③}$$

$$\frac{3 - \sqrt{23}}{4}x + \frac{3 + \sqrt{23}}{4}y = 4 \quad \dots \text{④}$$

(3)

(2)の③-④により

$$\frac{\sqrt{23}}{2}x - \frac{\sqrt{23}}{2}y = 0$$

よって, $x = y$ … ⑤

これを③に代入して

$$\frac{3 + \sqrt{23}}{4}x + \frac{3 - \sqrt{23}}{4}x = 4$$

$$\text{これを解くと, } x = \frac{8}{3}$$

$$\text{よって, ⑤より, } y = \frac{8}{3}$$

したがって, 求める交点の座標は, $\left(\frac{8}{3}, \frac{8}{3}\right)$