２０１９年度　入学試験問題

（Ａ日程入学試験　２月１日）

数　学

注　意　事　項

1. 解答用紙は，中程に折り込んであります.
2. 解答用紙には，受験番号および氏名を忘れずに記入して下さい.
3. 解答は，問題ごとに解答用紙の所定の欄に記入して下さい.
4. 解答には，答えだけでなく，途中の考え方も記入して下さい.
5. 問題用紙は，1ページから4ページです.
   解答用紙は，2枚です.
   万一枚数が足りないときは，手を挙げて合図して下さい.
6. 試験終了後，問題用紙は各自持ち帰って下さい.

$\boxed{1}$ $\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}$ の整数部分を a，小数部分を b とするとき，

$$a^2 - 4ab + 4b^2$$

の値を求めなさい.

$\boxed{2}$　２次関数 $f(x) = x^2 - ax$ のグラフの頂点座標が直線 $g(x) = 2x + b$ 上にあるとき，次の問に答えなさい.

(1)　a と b の関係式を求めなさい.

(2)　b の値が最大となるような a の値，および，そのときの b の値を求めなさい.

$\boxed{3}$ 赤玉３個，白玉n個が入っている袋から２個の玉を同時に取り出すとき，その２個が同じ色である確率は$\dfrac{13}{28}$である．自然数nの値を求めなさい．

$\boxed{4}$　３次関数 $f(x) = 2x^3 + x^2 - 7x + 3$ について，以下の問に答えなさい．

(1)　$f(x) = 0$ となる x をすべて求めなさい．

(2)　点 $(0,\ 3)$ における曲線 $y = f(x)$ の接線の方程式を求め，この接線と曲線 $y = f(x)$ との交点の x 座標を求めなさい．

(3)　(2) で求めた交点の間で，曲線 $y = f(x)$ と (2) の接線に囲まれた領域の面積を求めなさい．

２０１９年度入学試験

数 学 解答用紙（1/2）（A日程入試２月１日）

総計	
小計	

氏　名		受験番号	

1

$2<2\sqrt{2}=\sqrt{8}<3$ より $5<\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}=3+2\sqrt{2}<6$ なので，

$a=5$，$b=\left(3+2\sqrt{2}\right)-5=2\sqrt{2}-2$

したがって，

$a^2-4ab+4b^2=\left(a-2b\right)^2=\left\{5-2\left(2\sqrt{2}-2\right)\right\}^2=\left(9-4\sqrt{2}\right)^2=113-72\sqrt{2}$

2

(1)

$f(x)=x^2-ax=\left(x-\dfrac{a}{2}\right)^2-\dfrac{a^2}{4}$ より，$-\dfrac{a^2}{4}=2\times\dfrac{a}{2}+b$

すなわち、$b=-\dfrac{a^2}{4}-a$

(2)

$b=-\dfrac{a^2}{4}-a=-\dfrac{1}{4}\left(a+2\right)^2+1$ なので，

$a=-2$ のとき，b は最大値１をとる．

3

${}_{n+3}C_2=\dfrac{\left(n+3\right)\left(n+2\right)}{2}$，${}_3C_2=3$，${}_nC_2=\dfrac{n\left(n-1\right)}{2}$ より，

$$\frac{6+n\left(n-1\right)}{\left(n+3\right)\left(n+2\right)}=\frac{13}{28}$$

分母を払って整理すると，$15n^2-93n+90=0$

これは $3\left(5n-6\right)\left(n-5\right)=0$ と因数分解でき，n は自然数なので，

$n=5$

２０１９年度入学試験

数 学 解答用紙（2/2）（Ａ日程入試２月１日）

氏　名		受験番号		小計	

$\boxed{4}$

(1)

$f(x)=2x^3+x^2-7x+3$ より $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{7}{2}+3=0$

よって、$f(x)$ は $2x-1$ で割り切れ，商は x^2+x-3 となる．

すなわち，$f(x)=(2x-1)(x^2+x-3)$

したがって，$x=\frac{1}{2},\ \frac{-1\pm\sqrt{13}}{2}$

(2)

$f'(x)=6x^2+2x-7$ なので $f'(0)=-7$

したがって、求める接線の方程式は $y=-7x+3$

一方、

$2x^3+x^2-7x+3=-7x+3$ より

$2x^3+x^2=0$

$x^2(2x+1)=0$

したがって，交点の x 座標は $x=0,\ -\frac{1}{2}$

(3)

面積 $=\int_{-\frac{1}{2}}^{0}\left(2x^3+x^2\right)dx$

$=\left[\frac{1}{2}x^4+\frac{1}{3}x^3\right]_{-\frac{1}{2}}^{0}$

$=-\frac{1}{8}\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{3}\right)$

$=\frac{1}{96}$