２０１９年度　入学試験問題

（Ａ日程入学試験　２月４日）

数　学

注　意　事　項

1. 解答用紙は，中程に折り込んであります.
2. 解答用紙には，受験番号および氏名を忘れずに記入して下さい.
3. 解答は，問題ごとに解答用紙の所定の欄に記入して下さい.
4. 解答には，答えだけでなく，途中の考え方も記入して下さい.
5. 問題用紙は，1ページから4ページです.

   解答用紙は，2枚です.

   万一枚数が足りないときは，手を挙げて合図して下さい.
6. 試験終了後，問題用紙は各自持ち帰って下さい.

$\boxed{1}$ 次の不等式を満たす整数をすべて求めなさい.

$$14x-48<x^2 \leqq 10x-21$$

$\boxed{2}$　$a > 0$ とする.

２次関数

$$f(x) = x^2 - ax + 5 \left(0 \leqq x \leqq 5\right)$$

の最小値が－４となる定数 a の値を求めなさい.

$\boxed{3}$　５個の数字３，４，５，６，７から，異なる３個を用いて，３桁の整数をひとつ作るとき，５４０以上となる確率を求めなさい．

$\boxed{4}$ (1)　頂点座標が$\left(2,\ 4\right)$で点$\left(0,\ 3\right)$を通る放物線の方程式を求めなさい.

(2)　放物線$y=x^2$をx軸方向にk平行移動して得られる放物線の方程式を$y=f(x)$とする. (1)で求めた放物線と放物線$y=f(x)$が接するとき, kの値を求めなさい. ただし, $k>0$とする.

(3)　(2)における接点のx座標を求めなさい.

２０１９年度入学試験

数 学 解答用紙（1/2）（A日程入試２月４日）

総計	
小計	

氏　名		受験番号	

1

$14x-48<x^2$ より，$x^2-14x+48=(x-6)(x-8)>0$

これを解いて，$x<6$ または $x>8$ … ①

$x^2 \leqq 10x-21$ より，$x^2-10x+21=(x-3)(x-7)\leqq 0$

これを解いて，$3\leqq x\leqq 7$ … ②

①，②より，$3\leqq x<6$

したがって，求める整数は3，4，5

2

$$f(x)=\left(x-\frac{a}{2}\right)^2-\frac{a^2}{4}+5$$

（ｉ） $0<a\leqq 10$ のときの最小値は $f\left(\frac{a}{2}\right)=-\frac{a^2}{4}+5=-4$

これを解いて，$a=6$

（ⅱ） $a>10$ のときの最小値は，$f(5)=30-5a=-4$ なので，$a=\frac{34}{5}$

しかし、これは条件に反する．

（ｉ），（ⅱ）より，$a=6$

3

３桁の整数を作るときの順列は，５×４×３＝６０通り．

一方，作った整数が

1)　５４Ｘとなるときの組合せは，３通り．

2)　５６Ｘとなるときの組合せは，３通り．

3)　５７Ｘとなるときの組合せは，３通り．

4)　６ＸＸとなるときの組合せは，４×３＝１２通り．

5)　７ＸＸとなるときの組合せは，４×３＝１２通り．

したがって，求める確率 $=\frac{3+3+3+12+12}{60}=\frac{33}{60}=\frac{11}{20}$

２０１９年度入学試験

数 学 解答用紙（2/2）（Ａ日程入試２月４日）

氏　名		受験番号		小計	

4

(1)

放物線の方程式を $y=a(x-2)^2+4$ とおくと，

これが，点 $(0,\ 3)$ を通ることから，$3=4a+4$

これを解いて，$a=-\dfrac{1}{4}$

したがって，求める方程式は，$y=-\dfrac{1}{4}(x-2)^2+4=-\dfrac{1}{4}x^2+x+3$

(2)

$f(x)=(x-k)^2=x^2-2kx+k^2$ なので，

$x^2-2kx+k^2=-\dfrac{1}{4}x^2+x+3$

これを整理して，$\dfrac{5}{4}x^2-(2k+1)x+k^2-3$

この２次方程式の判別式が０となればよいので，

$D=(2k+1)^2-5(k^2-3)=0$

整理すると，$k^2-4k-16=0$

これを解いて，$k=2\pm2\sqrt{5}$

条件 $k>0$ より，$k=2+2\sqrt{5}$

(3)

(1)の方程式より，$y'=-\dfrac{1}{2}x+1$

一方，$f'(x)=2x-2k$

接点では，接線の傾きが等しいので，

$-\dfrac{1}{2}x+1=2x-2k$

したがって，$x=\dfrac{4k+2}{5}=\dfrac{4(2+2\sqrt{5})+2}{5}=2+\dfrac{8}{5}\sqrt{5}$